This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

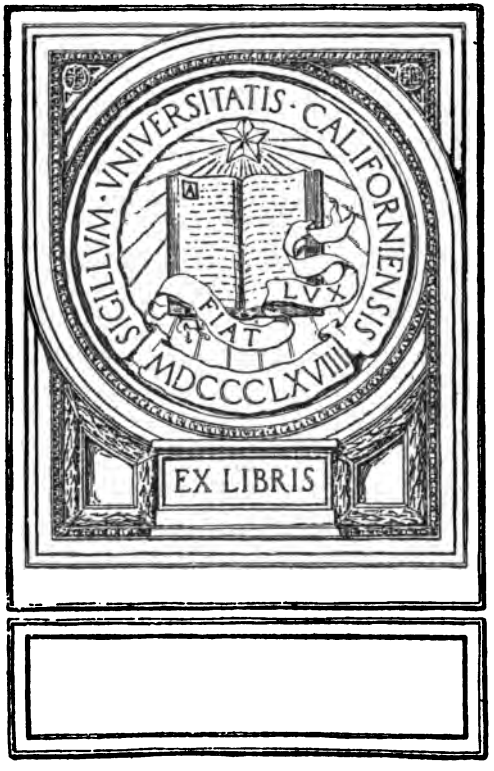
HF
5681
D5K3

H. Kastendieck

Die Wertveränderung durch Abschreibung, Tilgung und Zinseszinsen

YB 26837

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Die Wertveränderung durch Abschreibung, Tilgung und Zinseszinsen

Formeln und Tabellen
zur sofortigen Ermittlung des Verlaufes und jeweiligen Standes eines Betriebs- oder Kapitalwertes

Zum Gebrauch für Ingenieure, Verwaltungsbeamte, Kaufleute usw.

Aufgestellt und erläutert von

Dipl.-Ing. **H. Kastendieck**

Berlin
Verlag von Julius Springer
1914

Digitized by Google

HF5681
D5K3

UNIV. OF
CALIFORNIA

Alle Rechte, insbesondere das der
Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.
Copyright by Julius Springer in Berlin 1914.

Digitized by Google

336

Vorwort.

Der Kampf darüber, ob bei Abschreibungen Zinseszinsen zu berücksichtigen sind oder nicht, will nicht zur Ruhe kommen. Beim Nachdenken über diese Frage ist die vorliegende Arbeit entstanden. Das Ergebnis ist, daß beide Wege gangbar sind, wenn man die Wirkungen klar erkennt. Hierzu sollen die Formeln und Tabellen denen, die gewohnt sind, wissenschaftliche Wirtschaftslehre anzuwenden, in einfacher Weise helfen. Meines Erachtens ist viel Irrtum dadurch entstanden, daß die zahlenmäßige Erfassung der Vorgänge über Abschreibung nicht immer leicht zur Hand war. Die Formeln über Tilgung und sonstige Zinseszinsrechnung fügten sich zwanglos ein und geben die erwünschte Abrundung zu erschöpfender Benutzung der Tabellen.

Die Formeln sind nicht immer in der mathematisch einfachsten Form geschrieben. Es ist Wert darauf gelegt, daß sämtliche Rechnungen durch einfache Multiplikationen und Divisionen ausgeführt werden können. Auch scheinbar verwickelte Formeln werden durch das Einsetzen der Werte überraschend einfach, so daß elementare Kenntnis in der Benutzung von Formeln vollauf genügt.

Halle (Saale), Juni 1914.

H. Kastendieck.

786975

Digitized by Google

Digitized by Google

Abschreibung und Tilgung.

Es bedeutet:

Abschreibung die buchmäßige Darstellung der Wertverminderung bei wirtschaftlichen Werten aller Art,

Tilgung oder Amortisation die planmäßige Rückzahlung eines aufgenommenen Kapitals innerhalb einer Reihe von Jahren.

Läßt man grundsätzlich die Abschreibung und Tilgung in Prozenten des jeweiligen Buchwertes außer Betracht, so bleibt für normale Verhältnisse Abschreibung sowie Tilgung in Prozenten des Anfangswertes.

A. Abschreibung.

1. Die Methoden der Abschreibung.

Wenn ein Betriebswert von anfänglich beispielsweise 100 M. im Laufe von z. B. 20 Jahren aus irgendeinem Grunde auf den Wert Null sinkt, so muß das Unternehmen diesen Betrag nach 20 Jahren in Geld oder Geldwert nachweisen können, weil sonst die Gegenforderung des Geldgebers für den ursprünglichen Betriebswert ungedeckt sein würde.

Dabei ist es im Prinzip gleichgültig, ob dieser nachzuweisende Betrag in bar oder in Anlagewerten vorhanden ist oder ob die Beträge im Laufe der 20 Jahre schon ganz oder teilweise zur Bezahlung der Gegenforderung verwandt wurden.

Nach Möglichkeit ist anzustreben, daß die Wertverminderung nicht nur nach Ablauf der 20 Jahre, sondern auch innerhalb dieser Zeit nach ihrem jeweiligen Stande durch einen entsprechenden Gegenwert ausgeglichen ist.

Digitized by Google

Diesen Forderungen wird man gerecht durch die sogenannten **Abschreibungen.**

In der Praxis wird nun häufig so vorgegangen, daß man in obigem Beispiel jedes Jahr $\frac{100}{20} = 5$ M. zurückstellt. Etwaige Zinsen aus diesem Betrage bleiben für die Abschreibungen unberücksichtigt.

Ein anderer Weg zu dem gleichen Ziele ist der, daß man nach der Methode der Rentenrechnung jedes Jahr einen bestimmten Betrag zurückstellt, der nach 20 Jahren zuzüglich Zinseszinsen ebenfalls 100 M. ergibt. Im Beispiel beträgt bei 4% Zinsen die jährliche feste Abschreibungsquote 3,36 M.

Die Frage, welche Methode die richtige ist, wird durch folgende Überlegung beantwortet: Jeder für Abschreibungen abgesonderte Betrag besitzt eine normale Ertragsfähigkeit an Zinsen, wobei als Zinsfuß etwa mit dem der mündelsicheren Papiere zu rechnen ist. Demgemäß müssen auch im Fall 1 Zinsen aus den für Abschreibungen zurückgestellten Beträgen anfallen. Läßt man diese Zinsen alljährlich ins Unternehmen zurückfließen, so ergibt sich ein Zurückströmen von Geldmitteln in die jährlichen Einnahmen. Dadurch wird der Überblick über die wirkliche Verzinsung des arbeitenden Kapitals und über den Anteil der Zinsen an den Abschreibungen behindert. Um dieser Unübersichtlichkeit zu entgehen und um die anfallenden Zinsen aus den Abschreibungen genau zu erfassen, ist es daher erforderlich, die Summe von 5 M. im Beispiel als aus zwei Teilen zusammengesetzt zu betrachten. Und zwar ergibt sich der erste alljährlich aus den Zinsen der bis dahin vorhergegangenen Abschreibungen, während der zweite den Betrag darstellt, den das Unternehmen — in Ergänzung von Teil 1 auf 5 M. — zur Berücksichtigung der Wertverminderung im jeweils laufenden Geschäftsjahr außerdem herausgewirtschaftet haben muß[1]).

Unter diesen Gesichtspunkten sind beide Methoden im Prinzip richtig.

---

[1]) Vgl. E. Schiff, Die Wertverminderung an Betriebsanlagen, S. 65. Berlin 1909. Jul. Springer.

Digitized by Google

2. Vergleich der beiden Methoden.

Methode I: Konstante Abschreibung. Der jährliche gesamte Abschreibungsbetrag ergibt sich aus:

$$\frac{\text{Gesamte Wertverminderung}}{\text{Anzahl der Jahre}},$$

ist also in jedem Jahre der gleiche.

Methode II: Abschreibung nach Art der Rentenrechnung. Der jährliche gesamte Abschreibungsbetrag setzt sich zusammen aus einem festen Prozentsatz des Anfangswertes, vermehrt um die Zinsen des betreffenden Jahres aus sämtlichen bis dahin geschehenen Abschreibungen.

In beiden Fällen handelt es sich um eine Zinseszinsrechnung. Der jährliche Abschreibungsbetrag setzt sich bei beiden zusammen:

a) aus der eigentlichen Abschreibungsquote. Diese bedeutet den jährlich herauszuwirtschaftenden Betrag, der in Verbindung mit den Jahreszinsen aus den gesamten vorhergegangenen Abschreibungen (siehe b) die Wertverminderung des Jahres buchmäßig zum Ausdruck bringt;

b) aus den Zinsen der vorhergegangenen Gesamtabschreibungen.

Der Unterschied beider Methoden wird durch nachstehendes Schema deutlich:

	Betrag der jährlichen Abschreibung		
	Eigentliche Abschreibungsquote	Jahreszinsen der gesamten vorhergegangenen Abschreibungen.	Summe $a + b$
	a	*b*	*c*
Methode I: Konstante Abschreibung	Veränderlich	Veränderlich	Konstant
Methode II: Abschreibung nach Art der Rentenrechnung	Konstant	Veränderlich	Veränderlich

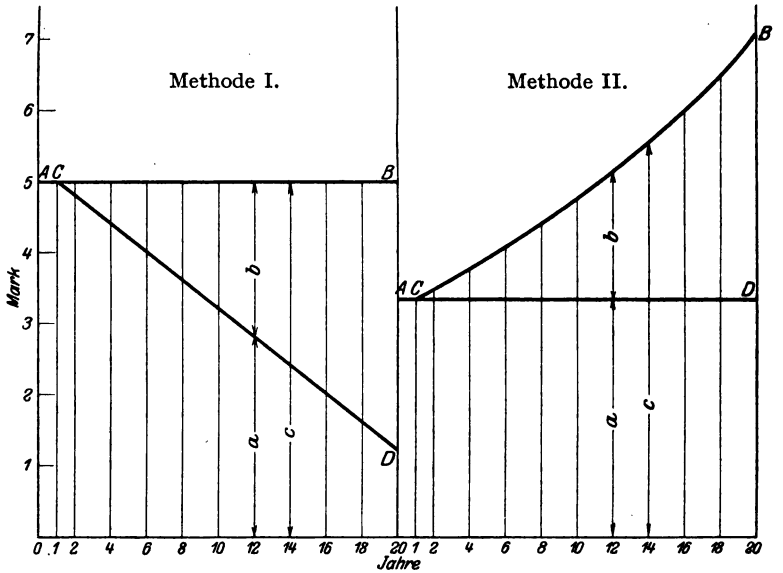
Der wirkliche Verlauf der jährlichen Abschreibungen ist also charakterisiert:

Digitized by Google

Bei Methode I durch einen veränderlichen Faktor (*a*), der in Verbindung mit dem ebenfalls veränderlichen Zinsfaktor (*b*) den konstanten Abschreibungsbetrag (*c*) ergibt;

bei Methode II durch einen konstanten Faktor (*a*), der in Verbindung mit dem veränderlichen Zinsfaktor (*b*) einen veränderlichen Abschreibungsbetrag (*c*) ergibt.

Die graphische Darstellung der beiden Methoden für das obengewählte Beispiel erläutert den Vorgang zusammenhängend für die betrachteten 20 Jahre.



Abschreibung pro Jahr. $K = 100$; $n = 20$; 4%.

Ordinate *a* stellt den Betrag dar, der alljährlich aus dem Unternehmen herausgewirtschaftet werden muß, Ordinate *b* dagegen die Jahreszinsen aus den jeweilig bis dahin angesammelten gesamten Abschreibungen und *c*, als Summe von $a + b$, die gesamten Abschreibungen pro Jahr.

Wenn die Abschreibungen wieder als Anlagewerte im Unternehmen arbeiten, so erscheint *b* allerdings nicht automatisch wie bei Anlegung in Effekten. Die Absonderung von den übrigen Einnahmen ist aber trotzdem zur Gewinnung eines guten Überblickes dringend geboten.

Digitized by Google

3. Welche Methode ist zu wählen?

Der wirklichen Wertverminderung ist in beiden Fällen durch die Linie *ACB* (vgl. Abbildung) oder durch den Wert *c* (vgl. Schema) Rechnung getragen. Es ist damit nicht gesagt, daß die so festgelegten Werte mit der tatsächlichen Wertverminderung in jedem Jahre übereinstimmen. Es ist dies nur der buchmäßige Ausdruck für die Wertverminderung. Die absolute Übereinstimmung wird sich nie erreichen lassen, da diese buchmäßigen Festlegungen von mathematischen Erwägungen abhängig sind, die Wertverminderung selbst aber durch das wechselvolle Spiel des Lebens bedingt ist.

Die Linien *ACD* zeigen, in welchem Maße die Zinsen aus früheren Abschreibungen beteiligt sind.

Methode I hat den Vorteil, daß jedes Jahr in den Bilanzen der gleiche Abschreibungsbetrag erscheint. Die Ermittlung von *c* ist daher einfach und übersichtlich. Hieraus erklärt sich auch die fast ausschließliche Anwendung dieser Methode in der Praxis. Die Einfachheit in der Ermittlung des gesamten Abschreibungsbetrages *c* (Schema) ist jedoch teuer erkauft, weil auf der anderen Seite die Belastung des Unternehmens durch *a* (Schema) bzw. Linie *ACD* (Abbildung) um so mehr ins Dunkel gerät und vielen kaufmännisch sonst wohl Erfahrenen ständig verborgen bleibt.

Methode II wird fast immer bei Rentabilitätsberechnungen angewandt oder sollte es wenigstens. Der Grund ist klar: Die Einsetzung des konstanten Faktors *a* (Schema) ermöglicht automatisch, für die gesamten betrachteten Jahre die Ertragsfähigkeit der bereits geschehenen Abschreibungen an Zinsen zu berücksichtigen.

Wird der Wert *c* (Schema) der Methode I in eine Rentabilitätsberechnung an Stelle von *a* der Methode II eingesetzt, so läßt man die Ertragsfähigkeit der Abschreibungen an Zinseszinsen außer acht, und die Rentabilitätsberechnung wird ungünstig beeinflußt, d. h. es erscheinen zu hohe Ausgaben.

Weit häufiger ist der Fehler, namentlich unter dem Einfluß der Autorität einer vorliegenden Rentabilitätsberechnung, daß *a* der Methode II in der Praxis, also

Digitized by Google

in den Bilanzen und in den Gewinn- und Verlustrechnungen, als *c* der Methode I verwandt wird. Die jährlichen Abschreibungen werden dann bedeutend zu niedrig. Es fehlt die Ergänzung der jährlichen Abschreibungen durch Faktor *b* der Methode II.

Welche Methode in den Bilanzen am zweckmäßigsten gewählt wird oder dem wirklichen Verlauf der Wertverminderung am nächsten kommt, soll hier unerörtert bleiben. Die besonderen Verhältnisse spielen dabei eine große Rolle. Methode I ist insofern ungünstig, als die Belastung der ersten Jahre groß ist, doch kann auch dieses manchmal geboten erscheinen.

Die nachstehenden Formeln und Tabellen gestatten in bequemer Weise die zahlenmäßige Erfassung der in Frage kommenden Werte und sollen dadurch und unter Umständen auch durch Variationen der hier gegebenen Methoden die Anpassung an die jeweilig vorliegenden Verhältnisse der Praxis ermöglichen.

B. Tilgung oder Amortisation.

1. Die Methoden der Tilgung.

Methode I: Konstante Tilgung. Der Tilgungsbetrag ist in jedem Jahre der gleiche. Die jährlichen Zinsen nehmen ab im Verhältnis der Kapitalverminderung durch Tilgung.

Der jährliche Tilgungsbetrag ergibt sich demnach aus:

$$\frac{\text{Gesamter Tilgungsbetrag}}{\text{Anzahl der Jahre}}.$$

Die gesamten jährlichen Zahlungen an Tilgung + Zinsen sind veränderlich.

Methode II: Veränderliche Tilgung. Außer einem festen Tilgungssatze werden alljährlich die infolge bereits geschehener Tilgungen ersparten Zinsen zur verstärkten Tilgung benutzt.

Die jährlich zu zahlende Gesamtsumme aus Tilgung + Zinsen ist konstant.

Der Prozentsatz der gesamten jährlichen Zahlungen aus Tilgung + Zinsen beträgt:

Tilgungquote des ersten Jahres + Zinsfuß (beides in Prozenten des Anfangskapitals).

Digitized by Google

2. Vergleich der beiden Methoden.

Während bei den Abschreibungen die Beträge aus der eigentlichen Abschreibungsquote und den Zinsen (vgl. Schema S. 7) eng zusammengehören und ihre Summe die gesamte erforderliche Abschreibung ergibt, besteht hier eine solche innere Zusammengehörigkeit nicht. Die Zinsen werden aus ganz anderen Erwägungen gezahlt als die Tilgungen. Nur die Praxis und die Bequemlichkeit der jährlichen Auszahlung vereinigt diese Beträge häufig. Die Ertragsfähigkeit der erfolgten Tilgungen an Zinsen bleibt hier naturgemäß ganz unberücksichtigt, da die Tilgungen mit dem Tage der Auszahlung ausscheiden.

Hier ergibt sich folgendes Schema:

	Betrag der jährlichen Zahlung		
	an Tilgung	an Zinsen	Summe $a + b$
	a	b	c
Methode I: Konstante Tilgung	Konstant	Veränderlich	Veränderlich
Methode II: Veränderliche Tilgung	Veränderlich	Veränderlich	Konstant

Methode I hat hauptsächlich dann Bedeutung, wenn Zinsen und Tilgung nicht an die gleiche Person gezahlt werden oder wenn die jährlichen Fälligkeitstermine für Zinsen und Tilgung verschieden sind, z. B. bei Obligationsanleihen. Die Beziehungen zwischen Tilgungsquote und Tilgungsdauer sind sehr übersichtlich.

Methode II, bei welcher der jährlich abzuführende Betrag aus Tilgung und Zinsen stets der gleiche ist, erfordert nicht alljährlich bei Zahlung die Trennung zwischen Tilgung und Zinsen. Durch eine einmalige Rechnung wird ermittelt, wann die Tilgung vollständig durchgeführt ist. Trotzdem ist die getrennte Ermittlung der jeweiligen Beträge für Zinsen und Tilgungen oft erforderlich, da diese Posten für die Bilanzen und namentlich für die Gewinn- und Verlustrechnungen durchaus nicht gleich geordnet sind.

Digitized by Google

Allgemeines zu Formeltafel I—IV.

Die Tafeln I bis IV geben die wichtigsten Daten und Formeln, um die gesamten Vorgänge bei Abschreibung und Tilgung gemäß den oben entwickelten Methoden für alle in Frage kommenden Jahre zahlenmäßig zu erfassen. Durch Benutzung der Tabelle für die p-Werte ergeben sich einfache Divisions- und Multiplikationsrechnungen.

Sämtliche Formeln gelten für jährliche Zinseszinsen.

Die Formeln ergeben die Werte für das Kapital K. Für $K = 100$ erhält man die Werte in Prozenten von K.

Häufig ist auch $K = K_1 - k$. Dabei bedeutet:

K_1 den Anfangswert eines Kapitals und
k den Endwert, bis zu dem abgeschrieben bzw. getilgt werden soll.

In diesem Falle ist für $K = 100$ der Prozentsatz bezogen auf $K_1 - k$.

Dann gilt:

1. a Prozent bezogen auf $K_1 - k$ sind gleich $\frac{(K_1 - k)\,a}{K_1}$ Prozent bezogen auf K_1;

2. b Mark sind in Prozenten von K_1 gleich $\frac{b}{K_1} \cdot 100$ Prozent.

Es bedeutet ferner:

$p = 1 + \frac{q}{100} = \frac{100 + q}{100}$ den jährlichen Diskontfaktor bei einem Zinsfuß von q Prozent.[1])

$m = \frac{t}{100}$ den Tilgungssatz von t Prozent des Anfangskapitals;

n die Anzahl der Jahre, innerhalb deren die Abschreibung oder Tilgung im jeweiligen Falle durchgeführt werden soll; n ist also stets eine ganze positive Zahl;

[1]) Die Werte von p^0 bis p^{100} sind für die hauptsächlich vorkommenden Zinsfüße in der Tabelle ausgerechnet.

Digitized by Google

x jedes beliebige Jahr innerhalb der durch n für jeden Fall festgelegten Zeit; x ist also durch n jeweils begrenzt und bedeutet ebenfalls eine ganze positive Zahl in den Grenzen $x = 1$ bis $x = n$.

Die Formeln für a bis h ergeben die im Schema der einzelnen Formeltafeln näher bezeichneten Beträge, und zwar für jedes Jahr und jede Abschreibungs- bzw. Tilgungsdauer, je nachdem n und x eingesetzt werden.

Digitized by Google

Formeltafel I: Abschreibungen.

Methode I: Konstante Abschreibung.

Der gesamte jährliche Abschreibungsbetrag ist in jedem Jahr der gleiche. Er besteht:

1. aus der Abschreibungsquote $= a$;

2. aus den Jahreszinsen der gesamten vorhergegangenen Abschreibungen $= b$. (Vgl. S. 7.)

Schema und Formeln:

	Betrag der jährlichen Abschreibung (fällig am Jahresende)			Gesamtbetrag aller Abschreibungen (einschließlich des laufenden Jahres)			Buchwert der Anlage am	
Laufendes Jahr	aus der eigentlichen Abschreibungsquote	aus den Jahreszinsen der gesamten vorhergegangenen Abschreibungen	Summe $a+b$	aus a	aus b	Summe $d+e$	Jahresanfang	Jahresende
von $x=1$ bis $x=n$	a	b	c	d	e	f	g	h

$$a = \frac{K}{n} - \frac{K}{n}(p-1)(x-1),$$

$$b = \frac{K}{n}(p-1)(x-1),$$

$$c = \frac{K}{n},$$

$$d = \frac{K}{n}x - \frac{K}{n}(p-1)\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}\right),$$

$$e = \frac{K}{n}(p-1)\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}\right),$$

$$f = \frac{K}{n}x,$$

$$g = K + c - f = K + \frac{K}{n} - \frac{K}{n}x,$$

$$h = K - f = K - \frac{K}{n}x.$$

Digitized by Google

Ergänzungen zur Formeltafel I:

Für

$$x \geqq \frac{1}{b-1} + 1$$

deckt der Betrag aus b allein die erforderlichen Abschreibungen.

Diese Gleichung hat nur praktischen Wert, solange $x \leqq n$ ist.

Für ein bestimmtes p ist das Jahr festgelegt, in dem die Zinsen zur Abschreibung genügen, und zwar unabhängig von n. Für die noch folgenden Jahre ergibt sich ein Überschuß an anfallenden Zinsen über den Bedarf für Abschreibungen hinaus. Dieser Überschuß steht dem Unternehmen zu anderweitiger Verwendung zur Verfügung.

Die Abschreibungsdauer bei gegebenem c beträgt $n = \frac{K}{c}$.

Bei einer gegebenen Abschreibungsquote von c Prozent ist $K = 100$ zu setzen.

Digitized by Google

Formeltafel II: Abschreibungen.

Methode II: Abschreibung nach Art der Rentenrechnung.

Der jährliche gesamte Abschreibungsbetrag setzt sich zusammen aus einem festen Prozentsatz des Anfangswertes vermehrt um die Zinsen des betreffenden Jahres aus sämtlichen bis dahin geschehenen Abschreibungen. (Vgl. S. 7.)

Schema und Formeln.

	Betrag der jährlichen Abschreibung (fällig am Jahresende)			Gesamtbetrag aller Abschreibungen einschließlich des laufenden Jahres			Buchwert der Anlage am	
Laufendes Jahr	aus der eigentlichen Abschreibungsquote	aus den Jahreszinsen der gesamten vorhergegangenen Abschreibungen	Summe $a+b$	aus a	aus b	Summe $d+e$	Jahresanfang	Jahresende
von $x=1$ bis $x=n$	a	b	c	d	e	f	g	h

$$a = \frac{K(p-1)}{p^n-1},$$

$$b = \frac{K(p-1)}{p^n-1}(p^{x-1}-1) = a\,(p^{x-1}-1),$$

$$c = \frac{K(p-1)}{p^n-1}\,p^{x-1} = a\,p^{x-1},$$

$$d = \frac{K(p-1)}{p^n-1}\,x = a\,x,$$

$$e = \frac{K(p^x-1)}{p^n-1} - K\frac{(p-1)}{p^n-1}\,x,$$

$$f = \frac{K(p^x-1)}{p^n-1},$$

$$g = K + c - f = K + K\frac{(p-1)}{p^n-1}\,p^{x-1} - K\frac{(p^x-1)}{p^n-1},$$

$$h = K - f = K - K\frac{(p^x-1)}{p^n-1}.$$

Digitized by Google

Ergänzungen zur Formeltafel II:

Die Abschreibungsdauer (n) wird bei gegebenem a angenähert bestimmt aus:

$$p^n = \frac{K(p-1)}{a} + 1,$$

indem man aus der entsprechenden p-Tabelle dem Werte, welcher dem errechneten p^n am nächsten kommt, das zugehörige n entnimmt.

Bei einer gegebenen Abschreibungsquote von a Prozent ist $K = 100$ zu setzen.

Hier ist der Fall unmöglich, daß die Jahreszinsen (b) allein die gesamten Abschreibungen und mehr liefern, da der jährliche Betrag von a Voraussetzung ist.

Digitized by Google

Formeltafel III: Tilgung.

Methode I. Konstante Tilgung.

Der Tilgungsbetrag ist in jedem Jahre der gleiche. Die jährlichen Zinsen nehmen ab im Verhältnis der Kapitalsverminderung durch die Tilgung. (Vgl. S. 11.)

Schema und Formeln:

	Jährliche Zahlung (fällig am Jahresende)			Gesamtbetrag der geschehenen Zahlungen (einschließlich des laufenden Jahres)			Noch zu tilgendes Kapital am	
Laufendes Jahr	an Tilgung	an Zinsen	Summe $a+b$	an Tilgung	an Zinsen	Summe $d+e$	Jahresanfang	Jahresende
von $x=1$ bis $x=n$	a	b	c	d	e	f	g	h

$$a = \frac{K}{n},$$

$$b = K(p-1) - \frac{K}{n}(p-1)(x-1),$$

$$c = \frac{K}{n} + K(p-1) - \frac{K}{n}(p-1)(x-1),$$

$$d = \frac{K}{n}x,$$

$$e = K(p-1)x - \frac{K}{n}(p-1)\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}\right),$$

$$f = \frac{K}{n}x + K(p-1)x - \frac{K}{n}(p-1)\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}\right),$$

$$g = K - d + a = K - \frac{K}{n}(x-1),$$

$$h = K - d = K - \frac{K}{n}x.$$

Digitized by Google

Ergänzungen zur Formeltafel III:

Das Kapital ist getilgt nach

$$n = \frac{K}{a} \text{ Jahren.}$$

Bei einer gegebenen Tilgungsquote von a Prozent ist $K = 100$ zu setzen.

Digitized by Google

Formeltafel IV: Tilgung.

Methode II: Veränderliche Tilgung.

Außer einem festen Tilgungssatz (m) werden alljährlich die infolge bereits geschehener Tilgungen ersparten Zinsen zur verstärkten Tilgung benutzt. (Vgl. S. 11.)

Schema und Formeln:

	Jährliche Zahlung (fällig am Jahresende)			Gesamtbetrag der geschehenen Zahlungen (einschließlich des laufenden Jahres)			Noch zu tilgendes Kapital am	
Laufendes Jahr	an Tilgung	an Zinsen	Summe $a+b$	an Tilgung	an Zinsen	Summe $d+e$	Jahresanfang	Jahresende
von $x=1$ bis $x=n$	a	b	c	d	e	f	g	h

$$a = K m p^{x-1},$$

$$b = K(p-1) + K m - K m p^{x-1},$$

$$c = K(p-1) + K m,$$

$$d = K m \frac{p^x - 1}{p-1},$$

$$e = [K(p-1) + K m]\, x - K m \frac{p^x - 1}{p-1},$$

$$f = [K(p-1) + K m]\, x,$$

$$g = K - d + a = K - K m \frac{p^x - 1}{p-1} + K m p^{x-1},$$

$$h = K - d = K - K m \frac{p^x - 1}{p-1}.$$

Digitized by Google

Ergänzungen zur Formeltafel IV:

Die Tilgungsdauer (n) wird bei gegebenem Tilgungssatz (m) angenähert bestimmt aus:

$$p^n = \frac{p - 1}{m} + 1,$$

indem man aus der entsprechenden p-Tabelle dem Werte, welcher dem errechneten p^n am nächsten kommt, das zugehörige n entnimmt. (Vgl. Formel auf S. 17.)

Der feste Tilgungssatz m beträgt für n Jahre:

$$m = \frac{p - 1}{p^n - 1}.$$

Digitized by Google

p^n	Zinsfuß				Zinsfuß			
	3%	3¼%	3½%	3¾%	4%	4¼%	4½%	4¾%
p^0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$p^1=p$	1,0300	1,0325	1,0350	1,0375	1,0400	1,0425	1,0450	1,0475
p^2	1,0609	1,0661	1,0712	1,0764	1,0816	1,0868	1,0920	1,0973
p^3	1,0927	1,1007	1,1087	1,1168	1,1249	1,1330	1,1412	1,1494
p^4	1,1255	1,1365	1,1475	1,1587	1,1699	1,1811	1,1925	1,2040
p^5	1,1593	1,1734	1,1877	1,2021	1,2167	1,2313	1,2462	1,2612
p^6	1,1941	1,2115	1,2293	1,2472	1,2653	1,2837	1,3023	1,3211
p^7	1,2299	1,2509	1,2723	1,2939	1,3160	1,3382	1,3609	1,3838
p^8	1,2668	1,2916	1,3168	1,3425	1,3686	1,3951	1,4221	1,4495
p^9	1,3048	1,3336	1,3629	1,3928	1,4233	1,4544	1,4861	1,5184
p^{10}	1,3439	1,3769	1,4106	1,4450	1,4802	1,5162	1,5530	1,5905
p^{11}	1,3842	1,4216	1,4600	1,4992	1,5395	1,5807	1,6229	1,6161
p^{12}	1,4258	1,4678	1,5111	1,5555	1,6010	1,6478	1,6959	1,7452
p^{13}	1,4685	1,5156	1,5640	1,6138	1,6651	1,7179	1,7722	1,8281
p^{14}	1,5126	1,5648	1,6187	1,6743	1,7317	1,7909	1,8519	1,9149
p^{15}	1,5580	1,6157	1,6753	1,7371	1,8009	1,8670	1,9353	2,0059
p^{16}	1,6047	1,6682	1,7340	1,8022	1,8730	1,9463	2,0224	2,1012
p^{17}	1,6528	1,7224	1,7947	1,8698	1,9479	2,0291	2,1134	2,2010
p^{18}	1,7024	1,7784	1,8575	1,9399	2,0258	2,1153	2,2085	2,3055
p^{19}	1,7535	1,8362	1,9225	2,0127	2,1069	2,2052	2,3079	2,4151
p^{20}	1,8061	1,8958	1,9898	2,0882	2,1911	2,2989	2,4117	2,5298
p^{21}	1,8603	1,9575	2,0594	2,1665	2,2788	2,3966	2,5202	2,6499
p^{22}	1,9161	2,0211	2,1315	2,2477	2,3699	2,4985	2,6337	2,7758
p^{23}	1,9736	2,0868	2,2061	2,3320	2,4647	2,6047	2,7522	2,9077
p^{24}	2,0328	2,1546	2,2833	2,4194	2,5633	2,7153	2,8760	3,0458
p^{25}	2,0938	2,2246	2,3632	2,5102	2,6658	2,8308	3,0054	3,1904
p^{26}	2,1566	2,2969	2,4460	2,6043	2,7725	2,9511	3,1407	3,3420
p^{27}	2,2213	2,3715	2,5316	2,7020	2,8834	3,0765	3,2820	3,5007
p^{28}	2,2879	2,4486	2,6202	2,8033	2,9987	3,2072	3,4297	3,6670
p^{29}	2,3566	2,5282	2,7119	2,9084	3,1187	3,3435	3,5840	3,8412
p^{30}	2,4273	2,6104	2,8068	3,0175	3,2434	3,4856	3,7453	4,0237

Digitized by Google

p^n	Zinsfuß				Zinsfuß			
	5%	5¼%	5½%	5¾%	6%	6¼%	6½%	6¾%
p^0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$p^1=p$	1,0500	1,0525	1,0550	1,0575	1,0600	1,0625	1,0650	1,0675
p^2	1,1025	1,1078	1,1130	1,1183	1,1236	1,1289	1,1342	1,1396
p^3	1,1576	1,1659	1,1742	1,1826	1,1910	1,1995	1,2080	1,2165
p^4	1,2155	1,2271	1,2388	1,2506	1,2625	1,2744	1,2865	1,2986
p^5	1,2763	1,2915	1,3070	1,3225	1,3382	1,3541	1,3701	1,3862
p^6	1,3401	1,3594	1,3788	1,3986	1,4185	1,4387	1,4591	1,4798
p^7	1,4071	1,4307	1,4547	1,4790	1,5036	1,5286	1,5540	1,5797
p^8	1,4775	1,5058	1,5347	1,5640	1,5938	1,6242	1,6550	1,6863
p^9	1,5513	1,5849	1,6191	1,6540	1,6895	1,7257	1,7626	1,8001
p^{10}	1,6289	1,6681	1,7081	1,7491	1,7908	1,8335	1,8771	1,9217
p^{11}	1,7103	1,7557	1,8021	1,8496	1,8983	1,9481	1,9992	2,0514
p^{12}	1,7959	1,8478	1,9012	1,9560	2,0122	2,0699	2,1291	2,1899
p^{13}	1,8856	1,9449	2,0058	2,0684	2,1329	2,1993	2,2675	2,3377
p^{14}	1,9799	2,0470	2,1161	2,1874	2,2609	2,3367	2,4149	2,4955
p^{15}	2,0789	2,1544	2,2325	2,3132	2,3966	2,4828	2,5718	2,6639
p^{16}	2,1829	2,2675	2,3553	2,4462	2,5404	2,6379	2,7390	2,8437
p^{17}	2,2920	2,3866	2,4848	2,5868	2,6928	2,8028	2,9171	3,0357
p^{18}	2,4066	2,5119	2,6215	2,7356	2,8543	2,9780	3,1067	3,2406
p^{19}	2,5270	2,6437	2,7657	2,8929	3,0256	3,1641	3,3086	3,4593
p^{20}	2,6533	2,7825	2,9178	3,0592	3,2071	3,3619	3,5237	3,6928
p^{21}	2,7860	2,9286	3,0782	3,2351	3,3996	3,5720	3,7527	3,9421
p^{22}	2,9253	3,0824	3,2475	3,4211	3,6035	3,7952	3,9966	4,2082
p^{23}	3,0715	3,2442	3,4262	3,6178	3,8197	4,0324	4,2564	4,4922
p^{24}	3,2251	3,4145	3,6146	3,8259	4,0489	4,2844	4,5331	4,7954
p^{25}	3,3864	3,5938	3,8134	4,0458	4,2919	4,5522	4,8277	5,1191
p^{26}	3,5557	3,7825	4,0231	4,2785	4,5494	4,8367	5,1415	5,4647
p^{27}	3,7335	3,9810	4,2444	4,5245	4,8223	5,1390	5,4757	5,8336
p^{28}	3,9201	4,1900	4,4778	4,7847	5,1117	5,4602	5,8316	6,2273
p^{29}	4,1161	4,4100	4,7241	5,0598	5,4184	5,8015	6,2107	6,6477
p^{30}	4,3219	4,6416	4,9840	5,3507	5,7435	6,1641	6,6144	7,0964

Digitized by Google

p^n	Zinsfuß				Zinsfuß			
	3%	3¼%	3½%	3¾%	4%	4¼%	4½%	4¾%
p^{31}	2,5001	2,6952	2,9050	3,1306	3,3731	3,6338	3,9139	4,2148
p^{32}	2,5751	2,7828	3,0067	3,2480	3,5081	3,7882	4,0900	4,4150
p^{33}	2,6523	2,8732	3,1119	3,3698	3,6484	3,9492	4,2740	4,6247
p^{34}	2,7319	2,9666	3,2209	3,4962	3,7943	4,1171	4,4664	4,8444
p^{35}	2,8139	3,0630	3,3336	3,6273	3,9461	4,2920	4,6673	5,0745
p^{36}	2,8983	3,1626	3,4503	3,7633	4,1039	4,4744	4,8774	5,3155
p^{37}	2,9852	3,2654	3,5710	3,9045	4,2681	4,6646	5,0969	5,5680
p^{38}	3,0748	3,3715	3,6960	4,0509	4,4388	4,8628	5,3262	5,8325
p^{39}	3,1670	3,4811	3,8254	4,2028	4,6164	5,0695	5,5659	6,1095
p^{40}	3,2620	3,5942	3,9593	4,3604	4,8010	5,2850	5,8164	6,3997
p^{41}	3,3599	3,7110	4,0978	4,5239	4,9931	5,5096	6,0781	6,7037
p^{42}	3,4607	3,8316	4,2413	4,6935	5,1928	5,7437	6,3516	7,0221
p^{43}	3,5645	3,9561	4,3897	4,8695	5,4005	5,9878	6,6374	7,3557
p^{44}	3,6715	4,0847	4,5433	5,0522	5,6165	6,2423	6,9361	7,7051
p^{45}	3,7816	4,2175	4,7024	5,2416	5,8412	6,5076	7,2482	8,0711
p^{46}	3,8950	4,3545	4,8669	5,4382	6,0748	6,7842	7,5744	8,4545
p^{47}	4,0119	4,4961	5,0373	5,6421	6,3178	7,0725	7,9153	8,8560
p^{48}	4,1322	4,6422	5,2136	5,8537	6,5705	7,3731	8,2715	9,2767
p^{49}	4,2562	4,7931	5,3961	6,0732	6,8334	7,6865	8,6437	9,7173
p^{50}	4,3839	4,9488	5,5849	6,3009	7,1067	8,0131	9,0326	10,1789
p^{51}	4,5154	5,1097	5,7804	6,5372	7,3909	8,3537	9,4391	10,6624
p^{52}	4,6509	5,2757	5,9827	6,7824	7,6866	8,7087	9,8639	11,1689
p^{53}	4,7904	5,4472	6,1921	7,0367	7,9941	9,0789	10,3077	11,6994
p^{54}	4,9341	5,6242	6,4088	7,3006	8,3138	9,4647	10,7716	12,2551
p^{55}	5,0821	5,8071	6,6331	7,5744	8,6464	9,8670	11,2563	12,8372
p^{56}	5,2346	5,9957	6,8653	7,8584	8,9922	10,2863	11,7628	13,4470
p^{57}	5,3916	6,1906	7,1056	8,1531	9,3519	10,7235	12,2922	14,0857
p^{58}	5,5534	6,3918	7,3543	8,4588	9,7260	11,1792	12,8453	14,7548
p^{59}	5,7200	6,5995	7,6117	8,7760	10,1150	11,6543	13,4234	15,4557
p^{60}	5,8916	6,8140	7,8781	9,1051	10,5196	12,1497	14,0274	16,1898

Digitized by Google

p^n	Zinsfuß				Zinsfuß			
	5%	5¼%	5½%	5¾%	6%	6¼%	6½%	6¾%
p^{31}	4,5380	4,8852	5,2581	5,6584	6,0881	6,5493	7,0443	7,5754
p^{32}	4,7649	5,1417	5,5473	5,9837	6,4534	6,9587	7,5022	8,0867
p^{33}	5,0032	5,4116	5,8524	6,3278	6,8406	7,3936	7,9898	8,6326
p^{34}	5,2533	5,6958	6,1742	6,6916	7,2510	7,8557	8,5092	9,2153
p^{35}	5,5160	5,9948	6,5138	7,0764	7,6861	8,3467	9,0623	9,8373
p^{36}	5,7918	6,3095	6,8721	7,4833	8,1473	8,8683	9,6513	10,5013
p^{37}	6,0814	6,6408	7,2501	7,9136	8,6361	9,4226	10,2786	11,2102
p^{38}	6,3855	6,9894	7,6488	8,3686	9,1543	10,0115	10,9467	11,9668
p^{39}	6,7048	7,3563	8,0695	8,8498	9,7035	10,6372	11,6583	12,7746
p^{40}	7,0400	7,7426	8,5133	9,3587	10,2857	11,3021	12,4161	13,6369
p^{41}	7,3920	8,1490	8,9815	9,8968	10,9029	12,0084	13,2231	14,5574
p^{42}	7,7616	8,5769	9,4755	10,4659	11,5570	12,7590	14,0826	15,5400
p^{43}	8,1497	9,0271	9,9967	11,0677	12,2505	13,5564	14,9980	16,5890
p^{44}	8,5572	9,5011	10,5465	11,7041	12,9855	14,4037	15,9729	17,7087
p^{45}	8,9850	9,9999	11,1266	12,3770	13,7646	15,3039	17,0111	18,9041
p^{46}	9,4343	10,5249	11,7385	13,0887	14,5905	16,2604	18,1168	20,1801
p^{47}	9,9060	11,0774	12,3841	13,8413	15,4659	17,2767	19,2944	21,5422
p^{48}	10,4013	11,6590	13,0653	14,6372	16,3939	18,3565	20,5485	22,9963
p^{49}	10,9213	12,2711	13,7838	15,4788	17,3775	19,5037	21,8842	24,5486
p^{50}	11,4674	12,9153	14,5420	16,3689	18,4202	20,7227	23,3067	26,2056
p^{51}	12,0408	13,5934	15,3418	17,3101	19,5254	22,0179	24,8216	27,9745
p^{52}	12,6428	14,3070	16,1856	18,3054	20,6969	23,3940	26,4350	29,8628
p^{53}	13,2749	15,0581	17,0758	19,3580	21,9387	24,8561	28,1533	31,8785
p^{54}	13,9387	15,8487	18,0149	20,4711	23,2550	26,4197	29,9833	34,0303
p^{55}	14,6356	16,6808	19,0058	21,6481	24,6503	28,0603	31,9322	36,3273
p^{56}	15,3674	17,5565	20,0511	22,8929	26,1293	29,8140	34,0078	38,7794
p^{57}	16,1358	18,4782	21,1539	24,2093	27,6971	31,6774	36,2183	41,3971
p^{58}	16,9426	19,4483	22,3174	25,6013	29,3589	33,6572	38,5725	44,1914
p^{59}	17,7897	20,4694	23,5448	27,0734	31,1205	35,7608	41,0797	47,1743
p^{60}	18,6792	21,5440	24,8398	28,6301	32,9877	37,9959	43,7498	50,3585

Digitized by Google

p^n	Zinsfuß				Zinsfuß			
	3%	3¼%	3½%	3¾%	4%	4¼%	4½%	4¾%
p^{61}	6,0684	7,0355	8,1538	9,4466	10,9404	12,6660	14,6586	16,9588
p^{62}	6,2504	7,2641	8,4392	9,8008	11,3780	13,2043	15,3183	17,7644
p^{63}	6,4379	7,5002	8,7346	10,1684	11,8332	13,7655	16,0076	18,6082
p^{64}	6,6311	7,7440	9,0403	10,5496	12,3065	14,3505	16,7279	19,4921
p^{65}	6,8300	7,9957	9,3567	10,9453	12,7987	14,9604	17,4807	20,4179
p^{66}	7,0349	8,2555	9,6842	11,3557	13,3107	15,5963	18,2673	21,3878
p^{67}	7,2459	8,5238	10,0231	11,7816	13,8431	16,2591	19,0894	22,4037
p^{68}	7,4633	8,8008	10,3739	12,2234	14,3968	16,9501	19,9484	23,4679
p^{69}	7,6872	9,0869	10,7370	12,6817	14,9727	17,6705	20,8461	24,5826
p^{70}	7,9178	9,3822	11,1128	13,1573	15,5716	18,4215	21,7841	25,7503
p^{71}	8,1554	9,6871	11,5017	13,6507	16,1945	19,2044	22,7644	26,9734
p^{72}	8,4000	10,0019	11,9043	14,1626	16,8423	20,0206	23,7888	28,2547
p^{73}	8,6520	10,3270	12,3210	14,6937	17,5160	20,8715	24,8593	29,5968
p^{74}	8,9116	10,6626	12,7522	15,2447	18,2166	21,7585	25,9780	31,0026
p^{75}	9,1789	11,0092	13,1986	15,8164	18,9453	22,6832	27,1470	32,4752
p^{76}	9,4543	11,3669	13,6605	16,4095	19,7031	23,6473	28,3686	34,0178
p^{77}	9,7379	11,7364	14,1386	17,0249	20,4912	24,6523	29,6452	35,6337
p^{78}	10,0301	12,1178	14,6335	17,6633	21,3108	25,7000	30,9792	37,3263
p^{79}	10,3310	12,5116	15,1456	18,3257	22,1633	26,7922	32,3733	39,0993
p^{80}	10,6409	12,9183	15,6757	19,0129	23,0498	27,9309	33,8301	40,9565
p^{81}	10,9601	13,3381	16,2244	19,7259	23,9718	29,1180	35,3525	42,9019
p^{82}	11,2889	13,7716	16,7922	20,4656	24,9307	30,3555	36,9433	44,9397
p^{83}	11,6276	14,2192	17,3800	21,2331	25,9279	31,6456	38,6058	47,0744
p^{84}	11,9764	14,6813	17,9883	22,0293	26,9650	32,9905	40,3430	49,3104
p^{85}	12,3357	15,1584	18,6179	22,8554	28,0436	34,3926	42,1585	51,6527
p^{86}	12,7057	15,6511	19,2695	23,7125	29,1653	35,8543	44,0556	54,1062
p^{87}	13,0869	16,1598	19,9439	24,6017	30,3320	37,3781	46,8130	56,6762
p^{88}	13,4795	16,6850	20,6420	25,5243	31,5452	38,9667	48,1098	59,3683
p^{89}	13,8839	17,2272	21,3644	26,4814	32,8071	40,6228	50,2747	62,1883
p^{90}	14,3004	17,7871	22,1122	27,4745	34,1193	42,3493	52,5371	65,1423

Digitized by Google

p^n	Zinsfuß				Zinsfuß			
	5%	5¼%	5½%	5¾%	6%	6¼%	6½%	6¾%
p^{61}	19,6131	22,6751	26,2060	30,2763	34,9670	40,3706	46,5936	53,7577
p^{62}	20,5938	23,8655	27,6473	32,0172	37,0650	42,8938	49,6222	57,3864
p^{63}	21,6235	25,1184	29,1679	33,8582	39,2889	45,5746	52,8476	61,2600
p^{64}	22,7047	26,4372	30,7721	35,8050	41,6462	48,4230	56,2827	65,3950
p^{65}	23,8399	27,8251	32,4646	37,8638	44,1450	51,4495	59,9411	69,8092
p^{66}	25,0319	29,2859	34,2501	40,0410	46,7937	54,6651	63,8372	74,5213
p^{67}	26,2835	30,8234	36,1339	42,3433	49,6013	58,0816	67,9867	79,5515
p^{68}	27,5977	32,4417	38,1213	44,7781	52,5774	61,7117	72,4058	84,9212
p^{69}	28,9775	34,1449	40,2179	47,3528	55,7320	65,5687	77,1122	90,6534
p^{70}	30,4264	35,9375	42,4299	50,0756	59,0759	69,6668	82,1245	96,7725
p^{71}	31,9477	37,8242	44,7636	52,9550	62,6205	74,0209	87,4626	103,3046
p^{72}	33,5451	39,8099	47,2256	55,9999	66,3777	78,6473	93,1476	110,2777
p^{73}	35,2224	41,9000	49,8230	59,2199	70,3604	83,5627	99,2022	117,7214
p^{74}	36,9835	44,0997	52,5632	62,6250	74,5820	88,7854	105,6504	125,6676
p^{75}	38,8327	46,4149	55,4542	66,2260	79,0569	94,3345	112,5176	134,1502
p^{76}	40,7743	48,8517	58,5042	70,0339	83,8003	100,2304	119,8313	143,2053
p^{77}	42,8130	51,4164	61,7219	74,0609	88,8284	106,4948	127,6203	152,8717
p^{78}	44,9537	54,1158	65,1166	78,3194	94,1581	113,1507	135,9156	163,1905
p^{79}	47,2014	56,9569	68,6980	82,8228	99,8075	120,2226	144,7501	174,2059
p^{80}	49,5614	49,9471	72,4764	87,5851	105,7960	127,7365	154,1589	185,9648
p^{81}	52,0395	63,0943	76,4626	92,6212	112,1438	135,7201	164,1792	198,5174
p^{82}	54,6415	66,4068	80,6681	97,9469	118,8724	144,2026	174,8509	211,9173
p^{83}	57,3736	69,8932	85,1048	103,5789	126,0047	153,2152	186,2162	226,2217
p^{84}	60,2422	73,5626	89,7856	109,5347	133,5650	162,7912	198,3202	241,4917
p^{85}	63,2544	77,4246	94,7238	115,8323	141,5789	172,9656	211,2111	257,7924
p^{86}	66,4171	81,4894	99,9336	122,4937	150,0736	183,7760	224,9398	275,1934
p^{87}	69,7379	85,7676	105,4299	129,5369	159,0781	195,2620	239,5609	293,7689
p^{88}	73,2248	90,2704	111,2286	136,9850	168,6227	207,4658	255,1323	313,5983
p^{89}	76,8861	95,0096	117,3462	144,8617	178,7401	220,4325	271,7159	334,7662
p^{90}	80,7304	99,9976	123,8002	153,1912	189,4645	234,2095	289,3775	357,3630

Digitized by Google

p^n	Zinsfuß				Zinsfuß			
	3%	3¼%	3½%	3¾%	4%	4¼%	4½%	4¾%
p^{91}	14,7294	18,3652	22,8861	28,5048	35,4841	44,1491	54,9013	68,2365
p^{92}	15,1713	18,9621	23,6871	29,5737	36,9035	46,0254	57,3718	71,4778
p^{93}	15,6265	19,5783	24,5162	30,6827	38,3796	47,9815	59,9536	74,8729
p^{94}	16,0953	20,2146	25,3742	31,8333	39,9148	50,0207	62,6515	78,4294
p^{95}	16,5781	20,8716	26,2623	33,0271	41,5114	52,1466	65,4708	82,1548
p^{96}	17,0755	21,5499	27,1815	34,2656	43,1718	54,3628	68,4170	86,0572
p^{97}	17,5877	22,2503	28,1329	35,5505	44,8987	56,6733	71,4957	90,1449
p^{98}	18,1154	22,9734	29,1175	36,8837	46,6947	59,0819	74,7130	94,4268
p^{99}	18,6588	23,7201	30,1366	38,2668	48,5625	61,5929	78,0751	98,9120
p^{100}	19,2186	24,4910	31,1914	39,7018	50,5049	64,2105	81,5885	103,6104

Digitized by Google

p^n	Zinsfuß				Zinsfuß			
	5%	5¼%	5½%	5¾%	6%	6¼%	6½%	6¾%
p^{91}	84,7669	105,2474	130,6092	161,9997	200,8324	248,8476	308,1870	381,4850
p^{92}	89,0052	110,7729	137,7927	171,3147	212,8823	264,4006	328,2191	407,2352
p^{93}	93,4555	116,5885	145,3713	181,1653	225,6553	280,9256	349,5334	434,7236
p^{94}	98,1283	122,7094	153,3667	191,5823	239,1946	298,4834	372,2744	464,0674
p^{95}	103,0347	129,1516	161,8019	202,5983	253,5463	317,1387	396,4722	495,3920
p^{96}	108,1864	135,9321	170,7010	214,2477	268,7590	336,9598	422,2429	528,8309
p^{97}	113,5957	143,0685	180,0896	226,5669	284,8846	358,0198	449,6887	564,5270
p^{98}	119,2755	150,5796	190,0945	239,5945	301,9776	380,3960	478,9184	602,6326
p^{99}	125,2393	158,4851	200,4442	253,3712	320,1963	404,1708	510,0481	643,3103
p^{100}	131,5013	166,8055	211,4686	267,9400	339,3021	429,4315	543,2013	686,7337

Digitized by Google

Anhang.

Sonstige Formeln aus der Zinseszinsrechnung[1]).

Es sei:

K_a = Anfangskapital,

K_n = Wert des Kapitals K_a nach n Jahren,

n = Anzahl der Jahre,

$p = 1 + \frac{q}{100} = \frac{100+q}{100}$ = jährlicher Diskontfaktor bei einem jährlichen Zinsfuß von q Prozent (vgl. Tabellen).

Zur Beachtung: Die Formeln gelten statt für jährliche Zinseszinsen auch für halbjährliche, vierteljährliche, monatliche und alle sonstigen Zinseszinsen, wenn man unter n den betreffenden Zeitabschnitt und in $p = 1 + \frac{q}{100}$ unter q den hierzugehörigen Prozentsatz versteht.

Beispiel: Bei $4^1/_2\%$ Zinsen pro Jahr und 20 Jahren (= 40 Halbjahren) ist bei halbjährlichen Zinseszinsen zu setzen:

$$n = 40; \quad p = 1 + \frac{2{,}25}{100} = 1{,}0225 .$$

Der Einfachheit halber ist jedoch nachstehend immer das Jahr angenommen.

Es gilt folgendes:

1. Endwert eines Kapitals K_a nach n Jahren:

$$K_n = K_a p^n .$$

2. Höhe des Anfangskapitals, welches nach n Jahren den Wert K_n besitzt:

$$K_a = \frac{K_n}{p^n} .$$

---

[1]) Für eingehendere Behandlung der gesamten Zinseszinsrechnung sei verwiesen auf das Formel- und Tabellenwerk von W. M. S. Werker, Die zusammengesetzte Zinsen- und Zeitrenten- oder Annuitätenrechnung.

Digitized by Google

3. Die Anzahl der Jahre, nach denen K_a auf K_n angewachsen ist, wird bestimmt[1]) aus:

$$p^n = \frac{K_n}{K_a}.$$

Ergibt sich p^n und damit n nicht unmittelbar aus der Tabelle, sondern liegt dieser Wert bei dem betreffenden Zinsfuß zwischen p^{n_1} und p^{n_2}, wobei $p^{n_1} < p^n < p^{n_2}$ ist, so ermittle man zunächst die zu p^{n_1} gehörigen Jahre.

Aus

$$\frac{p^n - p^{n_1}}{p^{n_2} - p^{n_1}} 365$$

erhält man dann die außerdem noch erforderliche Zahl der Tage.

Bei halb- und vierteljährlichen usw. Zinseszinsen ist statt 365 der entsprechende Bruchteil zu nehmen $\left(\frac{365}{2}, \frac{365}{4} \text{ usw.}\right)$.

4. Der Zinsfuß, bei welchem K_a in n Jahren auf K_n auswächst, ergibt sich[2]) aus:

$$p^n = \frac{K_n}{K_a}.$$

Ergibt sich p^n und damit p nicht unmittelbar aus der Tabelle, sondern liegt der Wert bei dem betreffenden Jahr zwischen p_1^n und p_2^n, wobei $p_1^n < p^n < p_2^n$ ist, so ermittle man zunächst den zu p_1^n gehörigen Zinsfuß (nicht p).

Aus

$$\frac{p^n - p_1^n}{p_2^n - p_1^n} \cdot \frac{1}{4}$$

erhält man dann angenähert den Zinsfuß, der noch zu dem zuerst ermittelten zu addieren ist. (Der genaue Wert ist stets etwas größer.)

5. Legt man am Schlusse eines jeden Jahres das gleiche Kapital K_a auf Zinseszinsen, so ist der Endwert am Ende des $n$ten Jahres:

$$K_n = K_a \frac{p^n - 1}{p - 1}.$$

---

[1]) Durch Aufsuchen des zum Werte p^n gehörigen Jahres.
[2]) Durch Aufsuchen des zum Werte p^n gehörigen Zinsfußes.

Digitized by Google

II 939

6. Legt man am Anfang eines jeden Jahres das gleiche Kapital Ka auf Zinseszinsen, so ist der Endwert am Ende des $n$ten Jahres:

$$K_n = K_a \frac{p^n - 1}{p - 1} p .$$

7. Das Kapital K_a, welches jedes Jahr zurückgelegt werden muß, um nach n Jahren K_n zu ergeben, beträgt:

im Falle 5: $K_a = K_n \frac{p - 1}{p^n - 1}$, vgl. a) der Formeltafel II;

im Falle 6: $K_a = K_n \frac{p - 1}{(p^n - 1) p}$.

Druck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig.

Digitized by Google

Digitized by Google

THIS BOOK IS DUE ON THE LAST DATE STAMPED BELOW

AN INITIAL FINE OF 25 CENTS

WILL BE ASSESSED FOR FAILURE TO RETURN THIS BOOK ON THE DATE DUE. THE PENALTY WILL INCREASE TO 50 CENTS ON THE FOURTH DAY AND TO $1.00 ON THE SEVENTH DAY OVERDUE.

JUN 6 1935

SEP 11 1935

11May'64ZF

REC'D LD

MAY 8 '64 -10 AM

LD 21-100m-8,'34

Digitized by Google

YB 26837

786975 HF5681
D5K3

UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY

Digitized by Google

Digitized by Google